פרק 1

מהי תורת הגרפים?

אמן או אדריכל, בעובדו על פתוח רעיון מסוים, מבטאו בשלבים המוקדמים באמצעות סקיצה, המתארת אותו בקוים כלליים. ככל שהעבודה מתקדמת יותרת מוסיף המפתח יותר ויותר מבנה: העצמים נראים בפרספקטיבה נכונה, אורך וזוויות נעשים מוגדרים יותר, וכו׳. טווח זה מופיע גם במתמטיקה, בסוגים של הגאומטריה.

בגאומטריה האוקלידית, יש לזוויות ולקטעים גדלים מוגדרים. זה מאפשר לנו להבחין, למשל, בין סוגים שונים של מרובעים: ריבוע, מלבן, מקבילית וכו׳. אולם, יש גם גאומטריה פרויקטיבית, בה למידות מטריות אין משמעות, וצורות נתונות להבחנה רק לפי ״צלליהן״, דהינו היטליהן מנקודות כלשהן. במקרה זה אין להבחין בין סוגים שונים של מרובעים: צילו של רבוע יכול להיות גם מלבן, מקבילית, או אפילו ״מרובע כללי״ אם מקור האור הוא בנקודה סופית! למרות זאת אפשר לנסח, וכמובן גם להוכיח, משפטים שמתיחסים רק למושגים כמו קולינאריות (המצאותן של נקודות על ישר אחד), קונקורנטיות (מעברם של ישרים דרך נקודה אחת) וכו׳. משפט כזה, שאולי מוכר מלמוד הגאומטריה התיאורית, הוא ״משפט ד׳זארג״: המשכי הצלעות המתאימות של שני משולשים במצב פרספקטיבי (דהיינו, משולשים שקודקודיהם המתאימים נמצאים על שלשה ישרים קונקורנטיים) נחתכים בשלוש נקודות קולינאריות.

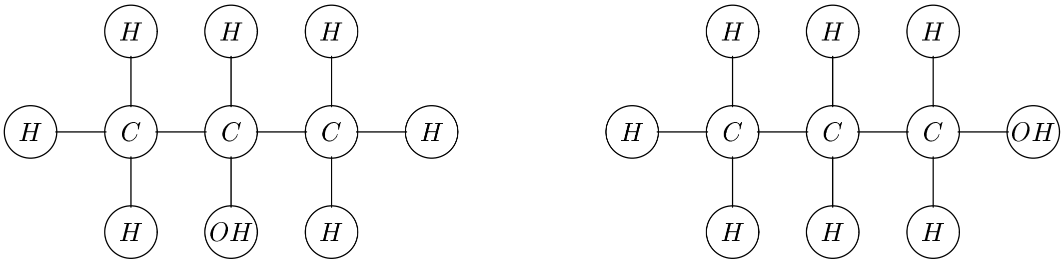
תורת הגרפים, בה נדון כאן, היא ״גיאומטריה של נקודות וקווים״, בה אין כל חשיבות לצורתם של הקווים או לתווי שלהם — יש משמעות רק לשאלה אילו נקודות קשורות זו לזו ואלו אינן. מרובע, למשל, יהיה לא יותר מאשר סידור מחזורי (״ציקלי״) של ארבע נקודות, כך שכל נקודה קשורה לבאה אחריה (והרביעית כמובן לראשונה).

תורת הגרפים פותחה על ידי מתמטיקאים, וכמו במקרה של תורות מתמטיות רבות אחרות, באה לתת מודל אבסטרקטי לתופעות טבעיות סבוכות. המתמטיקאי ארתור קיילי (Arthur Cayley, 1821–95) חפש מודל מתאים לתאור גרפי של תרכובות כימיות, כמו למשל הכוהל הפרופילי C_3H_7OH. יש שתי תרכובות שונות בעלות אותו הרכב אך עם קשרים שונים בין הרכיבים (״איזומרים״, ראה איור 1.1).

כאן, הנקודות מיצגות רכיבים (אטומים, רדיקלים) והקווים קשרים כימיים.

גם בארכיטקטורה משתמשים במודלים מתורת הגרפים, באשר נקודות מיצגות יחידות שונות בדירה וקווים מיצגים אפשרות גישה, למשל (ראה איור 1.2).

תורת הגרפים מנסה לראות אלו מסקנות נתן להוציא מתוך המבנה המינימלי הנ״ל: אלו גרפים יתכנו? אלו בלתי־אפשריים? איך נתן לבנות גרף לפי דרישות נתונות?



איור 1.1: כוהל פרופילי וכוהל איזו־פרופילי