פרק 2

הגדרות וסימונים

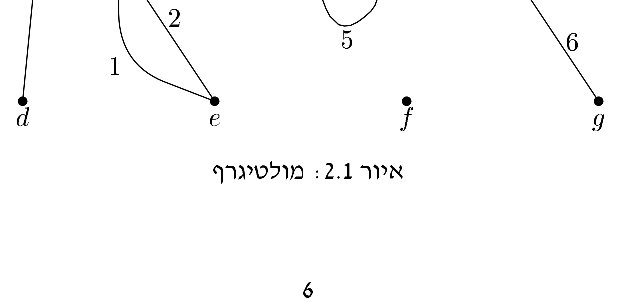
תהי V קבוצה של נקודות, שתקראנה קודקודים (באנגלית – vertices – צורת הרבים של vertex). תהי E קבוצה של קשתות, שתקראנה מקצועות (edges). מולטיגרף G הוא זוג (V, E) של קבוצות כאלה, עם כלל המתאים לכל מקצוע מ־E שני קודקודים מ־V, שנקראים קצוותיו. אומרים גם שהמקצוע קושר קודקודים אלה. שני קודקודים מ־V שיש מקצוע מ־E (אחד לפחות) הקושר אותם נקראים שכנים. נוהגים לסמן $G = (V, E)$.

לדוגמה (ראה איור 2.1), המולטיגרף $G = (V, E)$, כאשר $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ו־ $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. המקצועות 1 ו־2 קושרים את הקודקודים A ו־ E. אלה הם מקצועות כפולים. 3 קושר את b ו־ d ו־ 4 קושר את a ו־b. 5 קושר את b לעצמו. מקצוע כזה נקרא לולאה. לבסוף, המקצוע 6 קושר את c ל־ g. הקודקוד f, שאינו קצה לשום מקצוע, הוא קודקוד מבודד.

כדי להדגיש את העובדה שאין כל חשיבות למקום הקודקודים או לצורת המקצועות, נתן לתאר את המולטיגרף בצורה מספרית טהורה, המבטאת את יחסי השכנות בין קודקודיו. צורה כזו היא מטריצת השכנות: מערך ריבועי של מספרים, עם שורות ועמודות כמספר הקודקודים. כל שורה, מלמעלה למטה, מתאימה לאחד הקודקודים, בסדר הנתון. בצורה דומה מתאימה גם כל עמודה, משמאל לימין. בהתאמה כזו, המספר המופיע בשורה ה־i ובעמודה ה־j הוא מספר המקצועות הקושרים את הקודקוד ה־i לקודקוד ה־j. למשל, הנה מטריצת השכנות של המולטיגרף G שבאיור 2.1.

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

המספר 2 בשורה הראשונה, עמודה חמישית, מתאים לשני המקצועות הקושרים את a ל־e. אותו מספר מופיע גם בשורה החמישית, עמודה ראשונה, כי אותם מקצועות קושרים גם את e ל־a. למקצועות אין כוון, דהיינו אין הבדל בין קצוותיהם. אנו אומרים כי המטריצה היא סימטרית. ציר הסימטריה הוא האלכסון הראשי של המטריצה, אותו אלכסון שיורד מהפינה השמאלית העליונה אל הפינה הימנית התחתונה. מספר שונה מ־0 על אלכסון זה, כמו המספר 1 בשורה השניה, עמודה שניה, מבטא קיומה של לולאה במולטיגרף.



איור 2.1: מולטיגרף