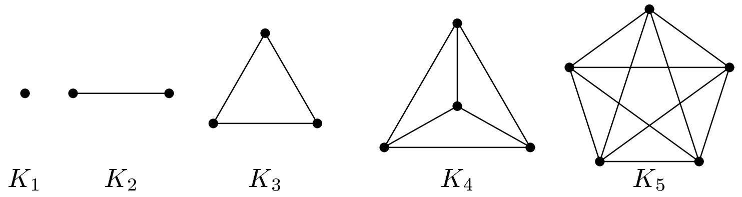
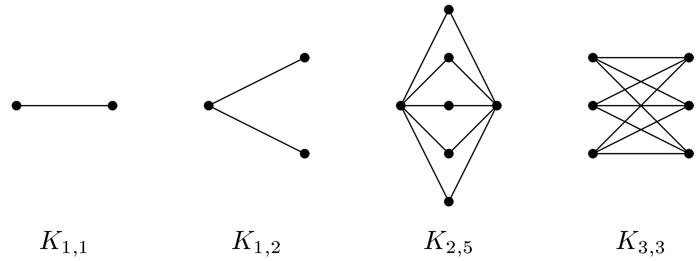


איור 2.2: גרפים שלמים



איור 2.3: גרפים דו־צדדיים שלמים

מטריצת השכנות של המולטיגרף G מסומנת באותו סימון G, כדי להדגיש כי המטריצה היא לא יותר מאשר הצגה אבסטרקטית של המולטיגרף.

נעיר כי לעתים דנים במולטיגרף מכוון, בו נתן להבחין בין הקצוות של מקצוע; כך ניתן לתאר למשל רשת תחבורה, עם נתיבי תנועה חד סיטריים. במקרה כזה מספר המקצועות הקושרים קודקוד a (למשל) לקודקוד b אינו שווה בהכרח לזה בכוון ההפוך, מ־b ל־a, ואז המטריצה לא תהיה סימטרית. אנו לא נדון במולטיגרפים מכוונים.

יתר על כן, בדרך כלל נדון במקרים בהם אין מקצועות כפולים ואין לולאות. מולטיגרף בלי מקצועות כפולים נקרא פסאודוגרף. מטריצת השכנות שלו מורכבת מהמספרים 0 ו־1 בלבד. פסאודוגרף בלי לולאות נקרא גרף. האלכסון הראשי של מטריצת השכנות שלו מתאפס.

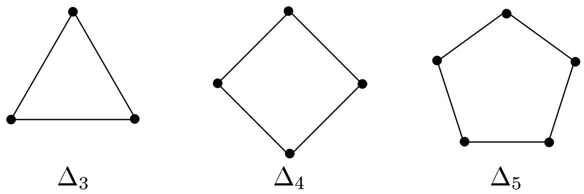
לסיום הפרק נכיר כמה משפחות של גרפים שממלאות תפקיד חשוב בתורת הגרפים: גרפים שלמים, גרפים דו־צדדיים שלמים, מעגלים ומסילות.

גרף שלם מסדר n, מסומן ב־K_n, הוא גרף עם n קודקודים, כך שכל שני קודקודים שונים קשורים על ידי מקצוע. באיור 2.2 אנו מדגימים את K_n עבור $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

אומרים שמולטיגרף הוא דו־צדדי אם נתן למין את קודקודיו לשני סוגים, כך שלכל מקצוע יש קצה אחד מכל סוג. במיוחד, גרף דו־צדדי שלם מסדר m, n, מסומן ב־$K_{m,n}$, הוא גרף עם $m + n$ קודקודים, כך שכל קדקוד מ־m הראשונים קשור לכל קודקוד מ־n האחרים, ואין לו מקצועות נוספים. ברור כי $K_{m,n} = K_{n,m}$ לכל m ו־n טבעיים. באיור 2.3 אנו מדגימים גרפים דו־צדדים שלמים אחדים.

מולטיגרף הוא מעגל מסדר n (או מאורך n), מסומן ב־Δ_n, אם נתן לסדר את קבוצת הקודקודים V ואת קבוצת המקצועות E באופן ציקלי: $V = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$; $E = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$; e_1 קושר את x_1 ל־x_2, e_2 קושר את x_2 ל־x_3, ... , e_n קושר את x_n ל־x_1. לשם הקיצור, נסמן סידור זה ב־$(x_1, e_1, x_2, e_2, x_3, ..., x_n, e_n, x_1)$. באיור 2.4 אנו מדגימים מעגלים אחדים. נעיר כי Δ_n עבור n גדול מ־2 הוא גרף, בעוד ש־Δ_2 הוא מולטיגרף בעל שני קודקודים הקשורים על־ידי שני מקצועות כפולים, ו־Δ_1 הוא מולטיגרף בעל קודקוד אחד ולולאה.

לבסוף, מסילה מסדר n (או מאורך $n - 1$), מסומנת ב־Π_n, היא גרף שנתן לסדר את קבוצת קודקודיו V ואת קבוצת מקצועותיו E באופן לינארי: $V = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$; $E = \{e_1, e_2, ..., e_{n-1}\}$; e_1 קושר את x_1 ל־x_2, e_2 קושר את x_2 ל־x_3, ... , e_{n-1} קושר את x_{n-1} ל־x_n.בקיצור, הסידור ירשם כ־$(x_1, e_1, x_2, e_2, x_3, ..., x_{n-1}, e_{n-1}, x_n)$. באיור 2.5 אנו מדגימים מסילות אחדות.



איור 2.4: מעגלים